

Wie „fühlt“ ein Kleinstlebewesen sein umgebendes Fluid? (Leben bei kleiner Reynoldszahl)

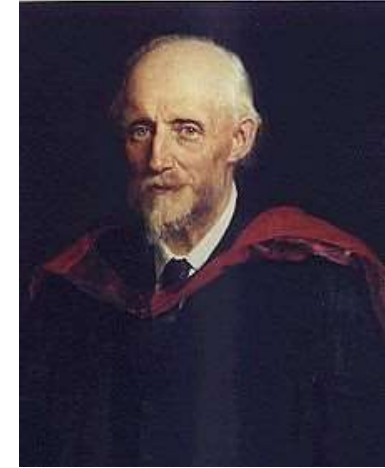
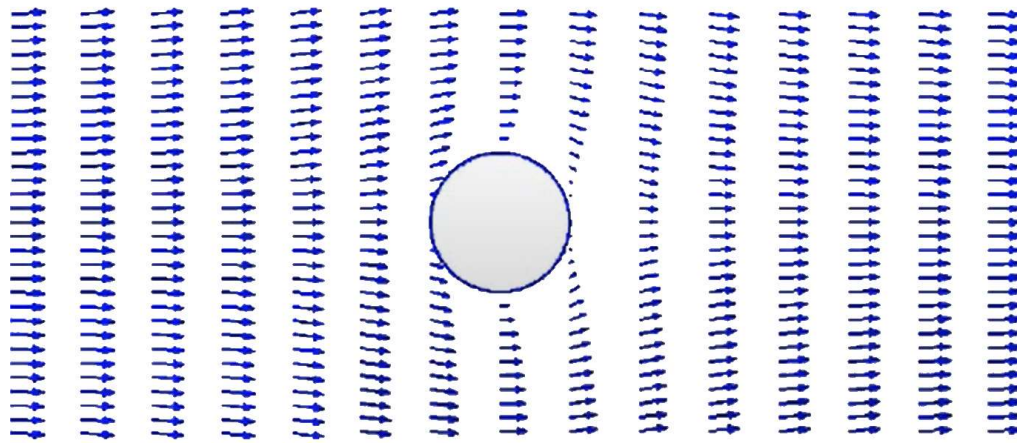
Horst Fries

Mai 2023





G. Stokes, 1819-1903



O. Reynolds, 1842-1912

Wo kommt die Reynoldszahl (Re) her?

Die Grundgleichungen der Hydromechanik

(Navier-Stokes-Gleichung):

$$\dots \frac{1}{Re} \dots$$

Gleichung in dimensionsloser Form

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\eta}$$

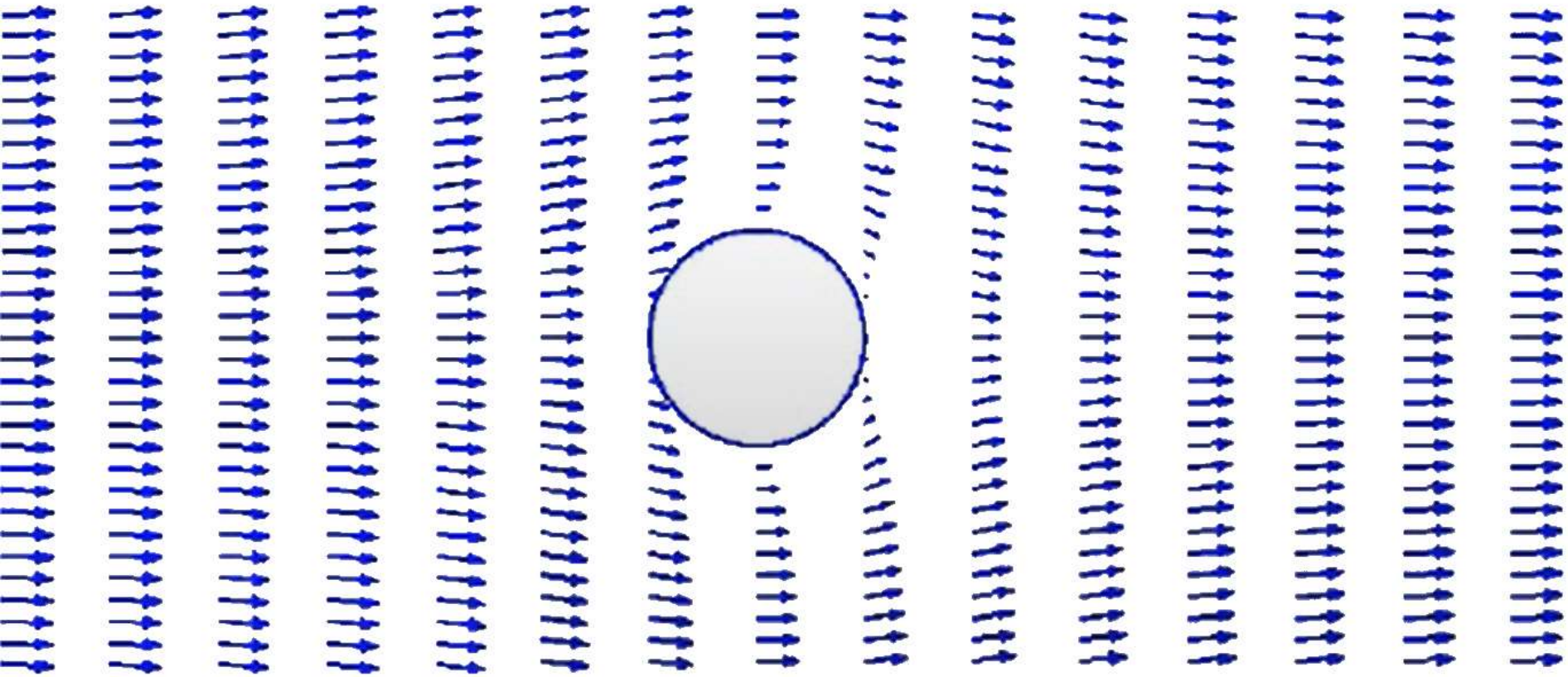
V = charakteristische Geschwindigkeit

L = charakteristische Länge

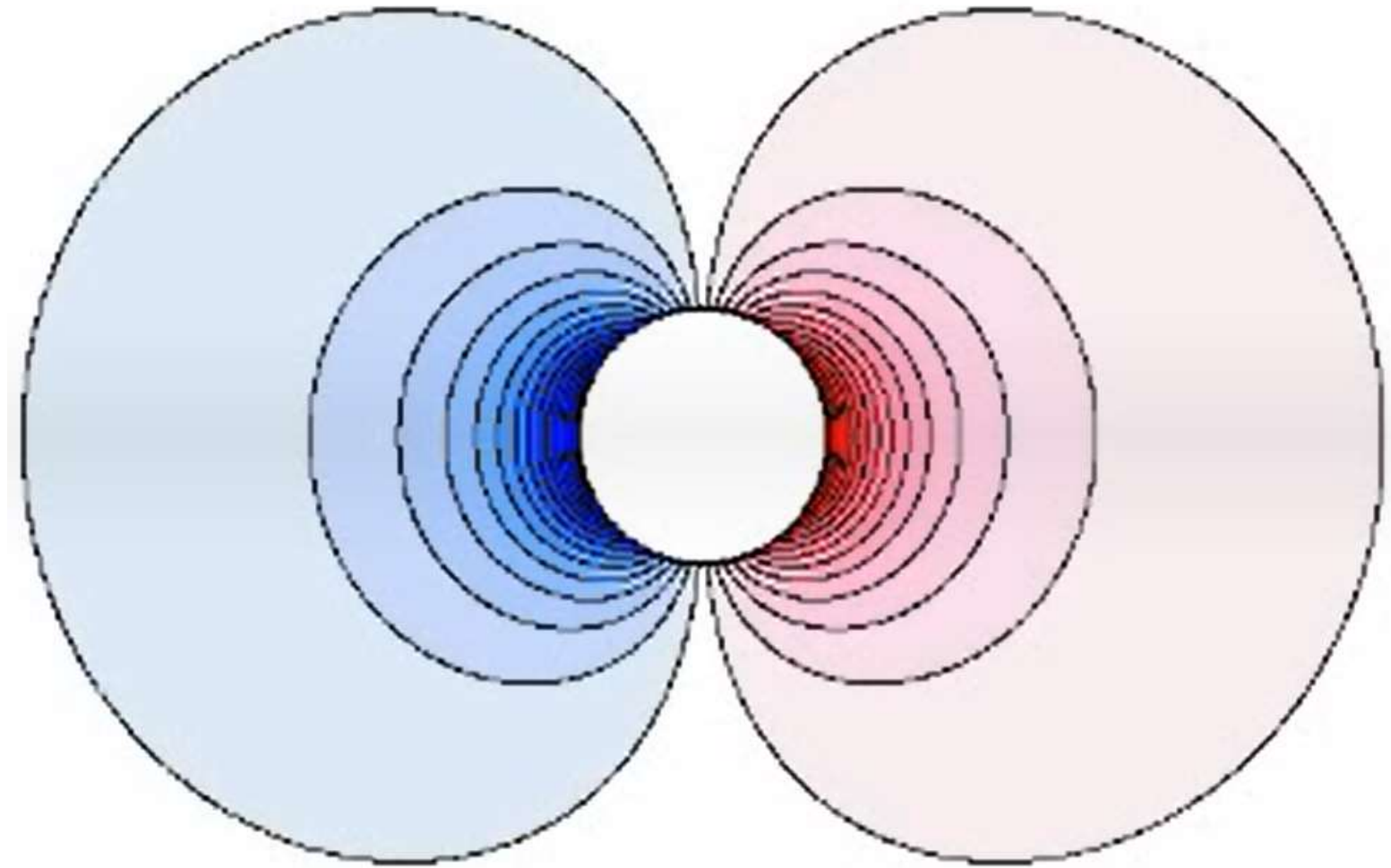
ρ = Dichte des Fluids

η = Viskosität des Fluids

Schleichende Umströmung einer Kugel



Schleichende Umströmung einer Kugel



Viskosität bei 20 °C

Luft	0,02 mPas	0,00002 Pas
Petrol	0,65 mPas	0,00065 Pas
Wasser	1 mPas	0,001 Pas
Quecksilber	1,5 mPas	1,5 Pas
Traubensaft	2 – 5 mPas	0,002 Pas
Blut (bei 37°)	4 – 15 mPas	0,004 Pas
Kafferahm	10 mPas	0,01 Pas
Olivenöl	100 mPas	0,1 Pas
Honig	10'000 mPas	10 Pas
Teer	1'000'000 mPas	1'000 Pas
Bitumen	100'000'000 mPas	0,1 MPas
Graphit	1E26 mPas	1E11 GPas

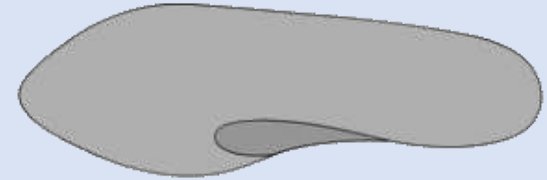
Beispiel: Strömungsverhalten beim Pantoffeltierchen

Natur



x 1000

Modell



Länge L

0,1 mm

10 cm

Geschw. V

0,1 mm/s (1x Körperlänge/s)

0,1 $\mu\text{m/s}$ = 0,36 mm/h

Viskosität η

1 mPas (Wasser)

1 mPas

Dichte ρ

1000 kg/m³ (Wasser)

1000 kg/m³

Re

0,01



0,01

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\eta}$$

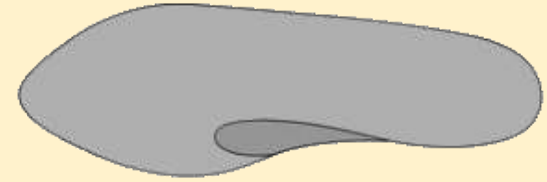
Beispiel: Strömungsverhalten beim Pantoffeltierchen

Natur



x 1000

Modell



Honig

Länge L	0,1 mm	10 cm
Geschw. V	0,1 mm/s (1x Körperlänge/s)	1 mm/s
Viskosität η	1 mPas (Wasser)	10.000 mPas (Honig)
Dichte ρ	1000 kg/m ³ (Wasser)	1000 kg/m ³ (Honig)
<i>Re</i>	0,01	0,01

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\eta}$$

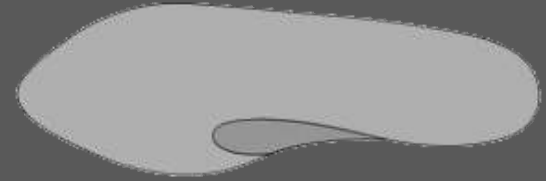
Beispiel: Strömungsverhalten beim Pantoffeltierchen

Natur



x 1000

Modell



Teer

Länge L	0,1 mm	10 cm
Geschw. V	0,1 mm/s (1x Körperlänge/s)	100 mm/s (1x Körperlänge/s)
Viskosität η	1 mPas (Wasser)	1.000.000 mPas (Teer)
Dichte ρ	1000 kg/m ³ (Wasser)	>1000 kg/m ³ (Teer)
<i>Re</i>	0,01	0,01

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\eta}$$

Also wissen wir immer noch nicht:

Wie „fühlt“ ein Kleinstlebewesen sein umgebendes Fluid?

Eine andere Interpretation der Reynoldszahl:

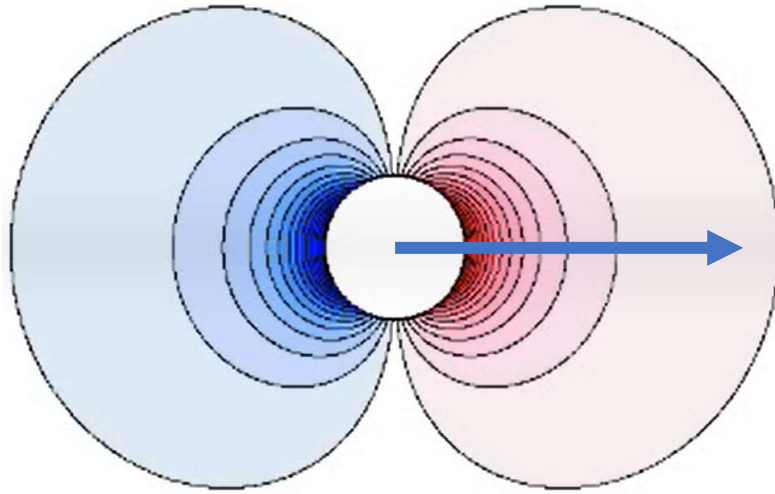
$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\eta} \cdot \frac{L^2 \cdot V}{L^2 \cdot V} = \frac{\overbrace{\rho \cdot L^3}^m \cdot V^2}{\eta \cdot L^2 \cdot V} = \frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{W_{\text{Reibung}}} \quad \left. \vphantom{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{W_{\text{Reibung}}}} \right\} \text{des Wassers!}$$

Für das Beispiel des Pantoffeltierchens:

$$Re = 0,01 = \frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{W_{\text{Reibung}}} \quad \rightarrow \quad \frac{E_{\text{kin}}}{W_{\text{Reibung}}} = \frac{1}{200}$$

Wie „fühlt“ ein Kleinstlebewesen sein umgebendes Fluid?

Stokessche Widerstandsformel für die Kugel (1851)



$$F_{\text{Strömung}} = 6 \pi R \eta v$$

R = Radius der Kugel

Das wäre auch die Kraft, die z. B. ein runder, glatter Ciliat aufwenden muss, um die Geschwindigkeit v zu erreichen.

Das bedeutet:

Wenn man bei Verkleinern/Vergrößern eines Modells die Geschwindigkeit proportional zur Größe R beibehalten will, so ändert sich der **Strömungswiderstand quadratisch zur Längenänderung**.

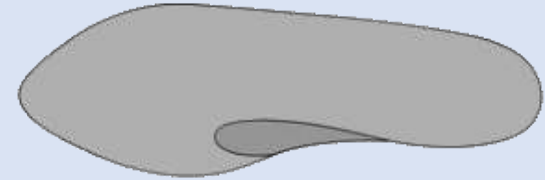
Für „unser“ Pantoffeltierchen bedeutet das:

Natur

Modell



x 1000



Länge L

0,1 mm

10 cm

Geschw. V

1 Körperlänge/s

1 Körperlänge/s

$F_{\text{Strömung}}$

$10^{-6} \cdot F_{\text{Strö.Modell}}$




$F_{\text{Strö.Modell}}$

Energieaufwand
für 1 Körperlänge
($E = \text{Kraft} \cdot \text{Weg}$)

$10^{-9} \cdot E_{\text{Modell}}$



$E_{\text{Modell}} = F_{\text{Strö.Modell}} \cdot L$



$$F_{\text{Strömung}} = 6 \pi R \eta v$$

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\eta}$$

Zusammenfassung

Leben bei sehr kleiner Reynoldszahl

- Die kinetische Energie und somit auch die Trägheit des Fluids sind vernachlässigbar.
- Es wirken im Fluid nur die Reibungskräfte.
- Vortrieb nur über die Reibungskräfte. Die notwendige Energie dazu ist aber relativ gering.
- Die Reynoldszahl an sich ist eine wichtige Größe im Ingenieurwesen (Windkanalversuche, Wasserbau), hier aber nur in der Form $E_{\text{kin}}/W_{\text{Strömung}}$ interessant.

Es gibt noch eine Reihe interessanter Nebeneffekt hierzu, die den Rahmen hier sprengen würden.